

ПОЛНЫЕ И НЕПОЛНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

Определение Математические модели, в которых учтены с приемлемой степенью точности *все* факторы, существенно влияющие на функционирование исследуемого объекта, назовем *полными*.

ПРОБЛЕМА: НА ПРАКТИКЕ ЧАСТО ВОЗНИКАЕТ СЛЕДУЮЩАЯ СИТУАЦИЯ

Все факторы, существенно влияющие на функционирование моделируемого объекта, разделяются на три группы:

- факторы, поддающиеся формализации с приемлемой степенью точности;
- факторы известные, но не формализуемые с необходимой точностью;
- факторы, существенно влияющие на характер функционирования исследуемого объекта, однако неучтенные или неизвестные вовсе;

Определение Математические модели, в которые включены только факторы первой группы, назовем *неполными*.

СРАВНЕНИЕ ПОЛНЫХ И НЕПОЛНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Полные математические модели могут применяться для решения задач имитации (прогнозирования) функционирования или оптимизации характеристик исследуемого объекта или явления.

Попытки же имитирования поведения исследуемого объекта, построения прогноза, поиска его оптимальных или равновесных состояний для неполных математических моделей являются некорректными.

ПРИЧИНЫ НЕКОРРЕКТНОСТИ

Некорректность использования методологии полного моделирования может быть обусловлена:

- неточностью математических описаний (формулировок) отдельных элементов модели, например из-за трудностей получения достоверных значений их параметров или неполнотой информационного обеспечения модели;
- некорректностью применения математического аппарата для формализованного описания некоторых из факторов, существенно влияющих на поведение моделируемого объекта;
- подозрением о наличии неизвестных существенных факторов.

ВОЗМОЖНЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ

В случае, когда нет возможности гарантировать адекватность модели, корректные постановки задач могут быть получены, путем замены традиционной проверки выполнения *достаточных* условий достоверности проверкой выполнения ее *необходимых* условий.

Например, в задачах имитации функционирования некоторого объекта выполнение достаточных условий достоверности позволяет ответить на вопрос: *Что произойдет в том случае, если...?* С другой стороны, выполнение необходимых условий достоверности гарантирует корректность лишь вопроса: *Чего не может произойти в том случае, если...?*

Использование вопроса первого типа в случае работы с моделью, содержащей некорректно формализованные факты, может приводить к недостоверному результату.

В то время, как ответ на второй вопрос для неполной модели всегда будет достоверен.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРИ ПОМОЩИ НЕПОЛНЫХ МОДЕЛЕЙ

Процедура решения задач при помощи неполных моделей может быть разделена на два этапа:

- на первом – в автоматическом режиме все состояния неполной математической модели разделяются на два множества: множество недопустимых состояний и множество всех остальных, последнее из которых будем называть *множеством условно допустимых состояний*, ибо, строго говоря, они лишь "подозреваются на допустимость";
- затем пользователь анализирует это "подозрительное" множество (привлекая в случае необходимости неформализуемые или даже интуитивные соображения), сужает его, пополняя модель новыми обязательными условиями.

Процедура сужения множества условно допустимых состояний

Сужение множества условно допустимых состояний для неполной математической модели состоит во включении в набор формализуемых ограничений дополнительных условий.

Эту процедуру будем называть *пополнением* этой модели.

Пополнение возможно как для полных, так и для неполных моделей. При этом включение в полную математическую модель некоторого добавочного условия (ограничения, связи и т.п.) может превратить решение, идентифицированное как допустимое (или оптимальное) в недопустимое, в то время как решение, определенное в неполной модели как недопустимое, при пополнении останется недопустимым.

Следует отличать пополнение математической модели от ее *модификации*.

Схема решения задач для неполных математических моделей

Процесс решения разбивается на шаги – итерации, для каждой из которых:

- 1) ЭВМ находит некоторое ее состояние, удовлетворяющее всей совокупности обязательных условий, на данной итерации,
- 2) после чего пользователь осуществляет пополнение или модификацию модели.

Итерации выполняются до тех пор, пока не будет получено состояние, идентифицируемое пользователем как приемлемое решение, или же установлен факт отсутствия такого решения.

Отметим, что при этом центральной технической проблемой оказывается задача описания множества недопустимых состояний модели.

Оказывается необходимым преодоление двух технических затруднения, возникающих в процессе анализа множества условно допустимых состояний:

- во-первых, следует решить проблему представления этого множества в ЭВМ в виде, удобном для анализа,
- во-вторых, необходимо предусмотреть возможность возникновения ситуации, когда в результате пополнения анализируемое множество оказывается пустым.

Известно, что в компьютере достаточно легко представляются лишь отдельные состояния математической модели, например, последовательным перечислением значений всех ее показателей.

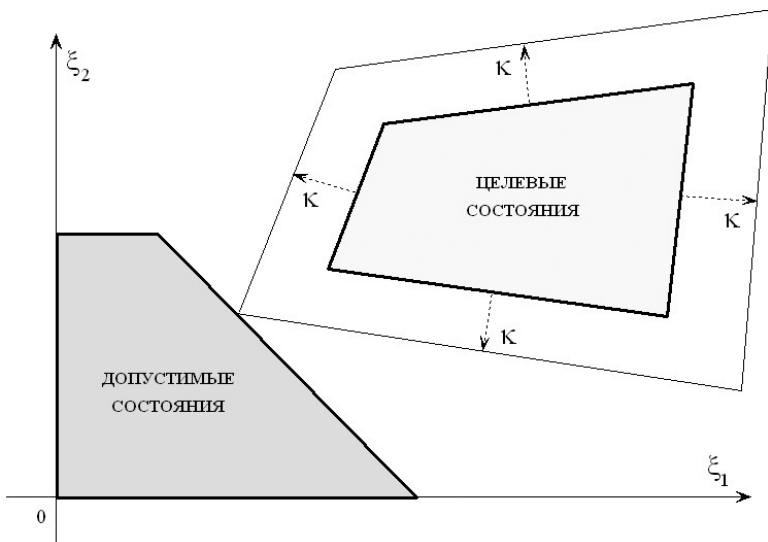
В случае полной модели такое ограничение не имеет принципиального характера, поскольку автоматически рассчитываемое оптимальное решение или имитационный прогноз обычно являются некоторым конкретным состоянием модели.

Однако в схемах неполного моделирования возможность анализа множества условно допустимых состояний как целого, является принципиально необходимой.

Отмеченное затруднение можно преодолеть, воспользовавшись специальным приемом, который заключается в применении *метрики* – способа количественной оценки близости множеств допустимых и целевых состояний неполной модели.

Как и множество допустимых состояний, множество желательных состояний задается пользователем в математической модели набором формализованных условий.

В процессе автоматической работы ЭВМ выполняет *минимизацию метрики*, т.е. находит среди условно допустимых состояний решение, наименее "удаленное" от множества желательных состояний.



Оценка степени близости множеств допустимых и целевых состояний в неполной математической модели.

Применение метрики, дающей количественную оценку степени близости множеств допустимых и целевых состояний позволяет пользователю на каждом шаге работы с математической моделью ограничиваться анализом лишь отдельной точки множества допустимых состояний, не рассматривая это множество целиком

При этом предполагается, что пользователь может сформулировать свою оценку текущего значения каждого из показателей модели, используя, быть может, не формализуемые или даже интуитивные критерии в одном из следующих видов:

- значение показателя приемлемо;
- значение показателя желательно изменить;
- значение показателя необходимо изменить.

Если значения всех показателей признаны пользователем приемлемыми, то решение получено. В противном случае необходимо продолжить пополнение неполной математической модели или ее корректирование.

Однако достаточно часто добавление новых условий или связей превращает систему формализованных обязательных условий в противоречивую, то есть в систему, для которой не существует ни одного допустимого состояния.

В этом случае пользователю следует вернуться к предыдущему шагу процесса поиска решения и выполнить пополнение не во множестве *допустимых*, а для *желательных* состояний. Найденное значение метрики покажет величину возникшего в процессе пополнения рассогласования обязательных условий модели.

Последовательно выполняемое пополнение математической модели приводит или к выявлению полностью приемлемого состояния, или же устанавливает факт его отсутствия.